Etablir un lien entre sens de variation et signe de la dérivée d'une fonction

I. *Expérimentation*

- Ouvrir geogébra
- Créer 3 curseurs entre –20 et 20 et de pas 0,5.
- Saisir la fonction $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$; On saisit " $f(x)$ = a*x^3 + b*x^2+ c*x"
  Soit C sa courbe représentative. Mettre C en rouge avec une épaisseur de trait 5.
- On veut déterminer le minimum et maximum de la fonction f . Saisir E = extremum[f]
- Déterminer l'expression de la fonction dérivée $f\,'(x)$.
- $f\,'(x)$ = …………………………
- Saisir la fonction $f\,'(x)$.
  Soit C ' sa courbe représentative. Mettre C 'en vert avec une épaisseur de trait 3
- Créer les points d'intersection A et B entre la courbe **C ' et l'axe des abscisses.**

II. *Exploitation*

Dans chaque des cas :

- Déterminer sur quel(s) intervalle(s) $f\,'(x)$ est positive (> 0) ou négative (< 0)
- Déterminer pour quelle(s) valeur(s) de x, $f\,'(x)$ s'annule
- Déterminer sur quel(s) intervalle(s), $f\,(x)$ est croissante ou décroissante
- Déterminer pour quelle(s) valeur(s) de x, $f\,(x)$ passe par un minimum ou maximum.

- **1er cas : a = 0, b = 2 et c = 4**

$f\,'(x) > 0$ sur l'intervalle ………………………	$f\,(x)$ croissante sur l'intervalle ……………………
$f\,'(x) < 0$ sur l'intervalle ………………………	$f\,(x)$ décroissante sur l'intervalle ……………………
$f\,'(x) = 0$ pour x = …..	f passe par un minimum pour x = ……

- **2ème cas : a = 1, b = 1,5 et c = – 6**

$f\,'(x) > 0$ sur l'intervalle ………………………	$f\,(x)$ croissante sur l'intervalle ……………………
$f\,'(x) < 0$ sur l'intervalle ………………………	$f\,(x)$ décroissante sur l'intervalle ……………………
$f\,'(x) = 0$ pour x = ….. et pour x = ……..	f passe par un minimum pour x = ……et par un maximum pour x = …..

- **3ème cas : a = –2, b = 1,5 et c = 18**

$f\,'(x) > 0$ sur l'intervalle ………………………	$f\,(x)$ croissante sur l'intervalle ……………………
$f\,'(x) < 0$ sur l'intervalle ………………………	$f\,(x)$ décroissante sur l'intervalle ……………………
$f\,'(x) = 0$ pour x = ….. et pour x = ……..	f passe par un minimum pour x = ……et par un maximum pour x = …..

Conclusion

Etablir un lien entre sens de variation et signe de la dérivée d'une fonction

……………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………..

III. Approfondissement.

- **1er cas : a = 0, b = 2 et c = 4**

- Donner l'expression de *f(x)* et de *f'(x).*

f (x) = …………………………….

f'(x)= ……………………………..

- Résoudre *f'(x)=0*

…………………………………

…………………………………

- Résoudre *f'(x) >0*

…………………………………

…………………………………

- Compléter le tableau de variation suivant :

x	-⌘		-1		+⌘
signe de f'(x)		○	0	○	
variation de f(x)	+⌘				+⌘
			-2		

Mettre un + quand *f'x)* est positif et un – quand *f'(x)* négatif.

La fonction *f* passe par un ………………………pour x = – 1

- **2ème cas : a = 1, b = 1,5 et c = – 6**

- Donner l'expression de *f(x)* et de *f'(x).*

f (x) = …………………………….

f'(x)= ……………………………..

- Résoudre *f'(x) = 0 (voir fiche essentiel équations du second degré)*

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

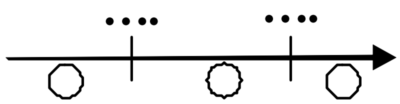
…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

- En déduire le signe de *f'(x). (voir fiche essentiel signe d'un trinôme)*

a……0 donc



- Compléter le tableau de variation suivant :

x	-⌘		….		….		+⌘
signe de f'(x)			0		0		
variation de f(x)							

- **$3^{ème}$ cas : a = –2, b = 1,5 et c = 18**

- Donner l'expression de *f(x)* et de *f'(x).*

f (x) = …………………………….

f'(x)= ……………………………..

- Résoudre *f'(x) = 0 (voir fiche essentiel équations du second degré)*

……………………………………………………………………………………………

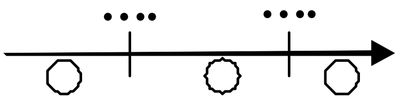
……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

- En déduire le signe de *f'(x).*

a……0 donc



- Compléter le tableau de variation suivant :

x	-⌘		….		….		+⌘
signe de f'(x)			0		0		
variation de f(x)							